

Compactness of countably compact spaces

著者	Sakai Masami
内容記述	Thesis--University of Tsukuba, D.Sc.(A), no. 337, 1986. 3. 25
発行年	1986
URL	http://hdl.handle.net/2241/5799

氏 名 (本 籍)	酒 井 政 美 (愛知県)
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	博 甲 第 337 号
学 位 授 与 年 月 日	昭和61年 3 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第 5 条第 1 項該当
審 査 研 究 科	数 学 研 究 科
学 位 論 文 題 目	Compactness of countably compact spaces (可算コンパクト空間のコンパクト性について)
主 査	筑波大学教授 理学博士 児 玉 之 宏
副 査	筑波大学教授 理学博士 中 川 良 祐
副 査	筑波大学教授 理学博士 村 松 寿 延
副 査	筑波大学教授 理学博士 本 橋 信 義

論 文 の 要 旨

可算コンパクト空間がコンパクト空間となる条件を求めることは、古くから多くの数学者によって試みられてきた。本論文において著者は、この 2 つの概念の間を埋めるために可算コンパクト性に附加すべきニートとよぶ最も弱い条件を見出している。1, 2 節において、今まで知られていたイソコンパクト空間の族が記述され、可算コンパクト空間がイソコンパクトとなる既知の条件が説明されている。3 節では ω_1 コンパクト空間が閉完備となる条件が与えられる。4 節で空間のニート系が定義され、本論文の主定理が証明されている。X のニート系は、可算交叉性をもつ X の超限自由閉フィルターに対して定義される X の部分空間と関数の族である。任意の可算交叉性をもつ超限自由フィルターに対してニート系が存在する位相空間をニート空間と定義する。Harley—Stephenson の近傍 F 空間, θ L 性を満たす空間, Wicke—Wovell の弱 (ω_1, ∞) τ -refinable 空間, Vaughan の ultrapure τ 空間, Arhangel'skii の pure 空間等がすべてニート空間となることが証明されている。また、すべてのニート空間はイソコンパクトとなるので、上述の各空間がイソコンパクトになることが主定理の系として得られる。節の後半において、ニート空間の閉写像による逆像は各ファイバーがリンデレフ空間となる場合にニート空間となること、ボレル完備空間の連続写像による逆像は各ファイバーがニート空間になるときニート空間となることが証明されている。結果として、ニート空間の完全逆像はニート空間となる。5 節では、可算コンパクト稠密部分集合をもつ空間がコンパクトとなる条件を求めている。 θ L 性をもつ空間, $\delta\theta$ -penetrable 空間, ultrapure 空間が正則で可算

コンパクトな稠密な部分空間を含めばコンパクトとなること、正則なイソコンパクト空間が可算コンパクト稠密部分空間と概実コンパクト部分空間の和となるならばそれ自身コンパクトとなることが証明される。この結果として、正則な弱ボレル完備空間はCL-イソコンパクトとなることが示される。最後の6節では、4節と5節に関連したつぎの結果が得られている。ortho-基底をもつ空間 X では、 $hd(x) \geq s(x) = hl(x)$ が成立する。ここで $hd(x)$ は遺伝的稠密濃度、 $s(x)$ は疎部分空間の最大濃度、 $hl(x)$ は遺伝的リンデレフ濃度である。また $s(x)$ が可算となるortho-基底をもつ距離化可能でない正則空間の存在は、集合論におけるススリン仮説の肯定と同等となることが示されている。

審 査 の 要 旨

可算コンパクト空間となるために著者が見出したニートという概念は、現在発見されている条件の中では最も広いものである。ニート空間族は、Harley—StephensonのF空間族、Davisの θL 性を満たす空間族、Arhangel'skiiのpure空間族などをすべて含んでいる。これらの今まで知られていた空間族は、その定義も全く異なり独立した空間であり、相互関係も見出せなかったので、著者がこれらすべてを含むニート空間族を発見したことは非常に興味深い。関数空間のある種の部分空間がコンパクトとなることを証明する手段として、ニートの概念は最も強力と思われる。また、ortho-基底をもつ空間がリンデレフ性を持つ条件をニートの概念に関連して求めているが、これも点収束の位相をもつ関数空間の解析に有効である。後半において、弱ボレル完備空間ではすべての可算コンパクト空間の閉包コンパクトとなることを証明しているが、この結果は関数解析への応用としてArhangel'skiiを中心とするソ連数学者が得ている一連の結果に大きな影響を与えており、高度な評価を得ている。

よって、著者は、理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。